el

fortoplano

al

finitaj elementoj

Elektitaj partoj de shelo-teorioj

- Enkonduko al elastec-teorio
- Plato-disko-problemo
- Geometria priskribo de plato-shelo
- Ekzemplo: Kuplografo de shelo-teorio lau *St. Bielak (1976)*

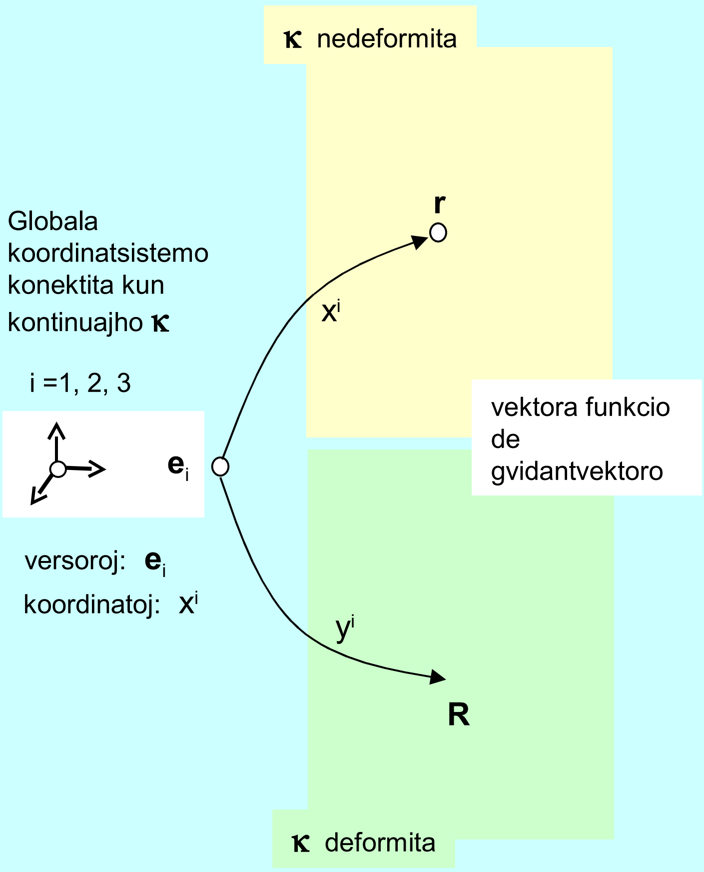
Versio 03

Enkonduko al elastec-teorio

A. Deformo de kontinuajho / Geometriaj rilatoj

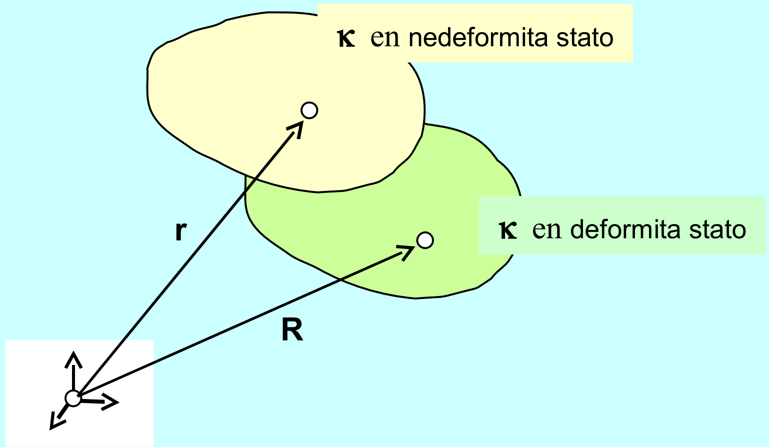
Globala koordinatsistemo konektita kun kontinuajho $\boldsymbol{\kappa}$

$i = 1, 2, 3$

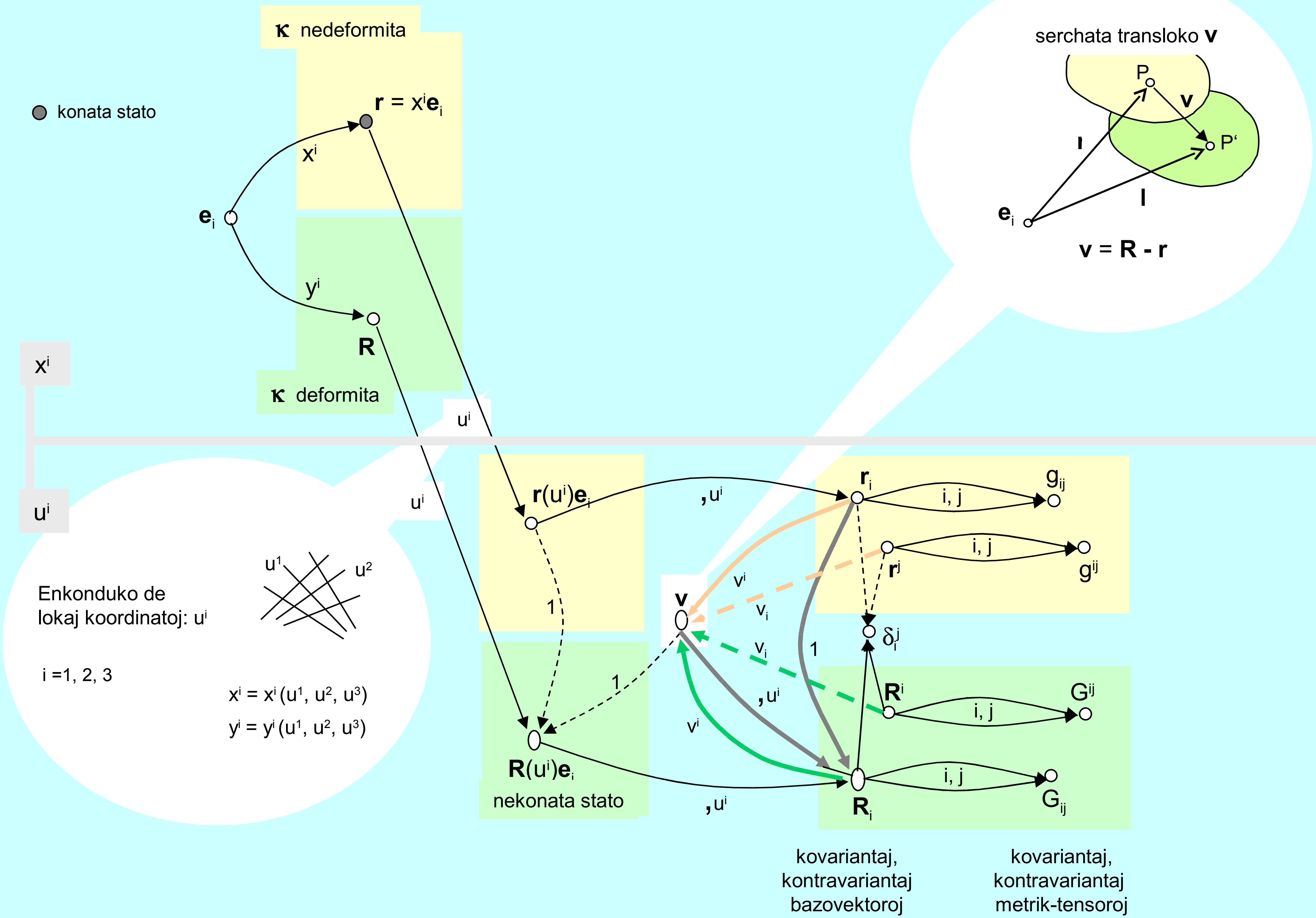


versoroj: $\mathbf{e}_i$

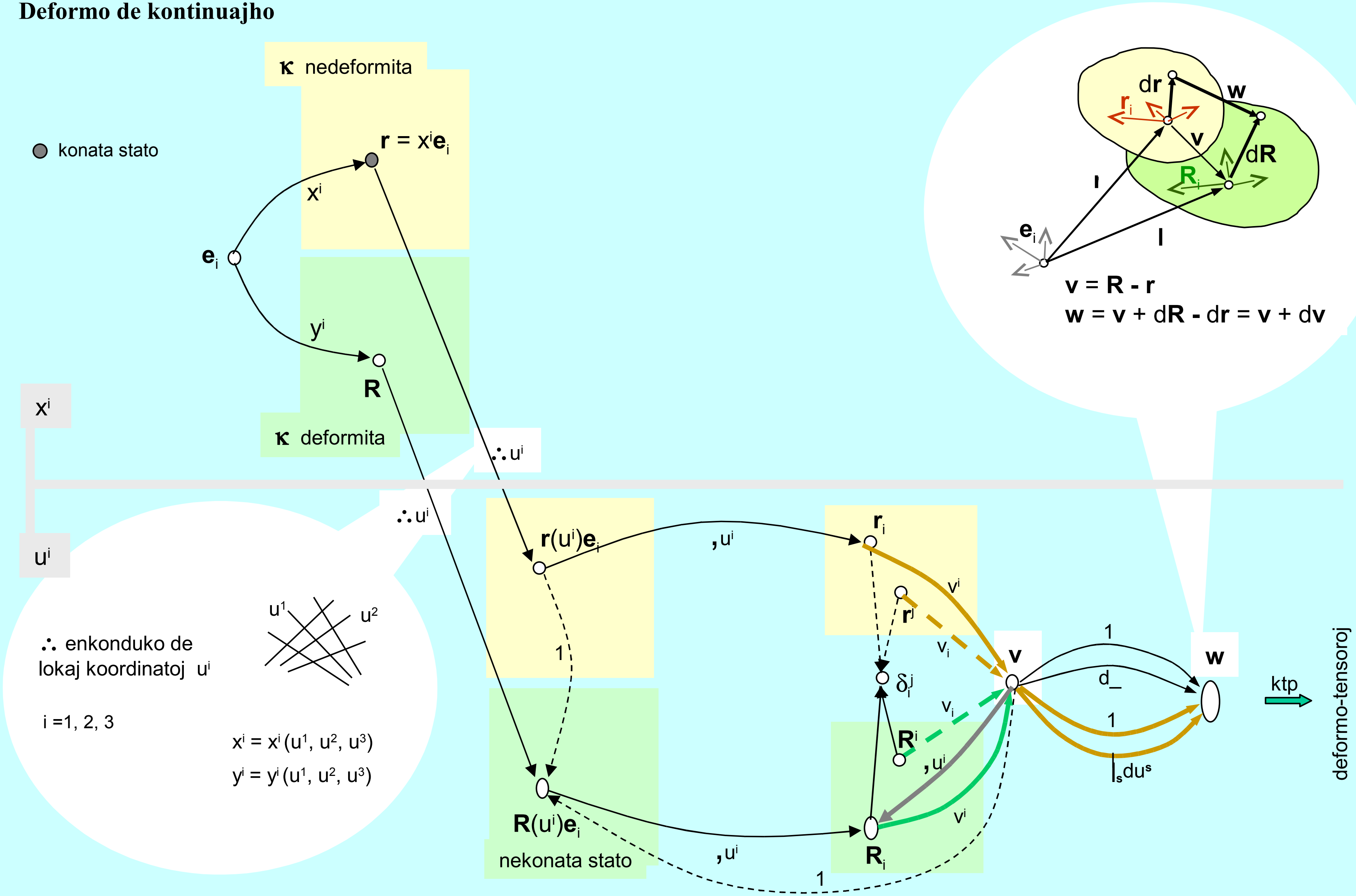
koordinatoj: x^i



Deformo de kontinuajho



Deformo de kontinuajho



Plato-disko-problemo

La problemoj

de statika analizo de platoj kaj diskoj estas momente nur individue kaj aparte solvitaj. Trovitaj solvoj rilatas nur je bazaj klasoj de geometriaj formoj, specialaj sharghoj kaj elektitaj kalkulmetodoj.

Pro tio, che praktikaj aplikadoj devas decidi konstruingheniero kiamaniere uzadi apartajn solvojn por komponi per superpozicioj la serchatan finsolvon.

En praktiko ni spertas nur rare konstrukciojn, kies labormanieroj estus ekzate kiel dosko au plato. Fakte, oni havas chiam miksitan plato-disko-problemon kaj klopodas solvi ghin pere superpozici-metodojoj.

Nuntempe aplikataj teorioj de analizado ofte ne kontentigas kaj ekestas bezono trovi gheneralan teorion, kiu atentas sekvajn aspektojn:

- unuforma priskribo de plataj kaj diskaj strechoj
- valideco por lauvolaj sharghoj
- aplikebleco al vasta klaso da konstru-formoj.

Unuaj analitikaj solvoj de tie definita problemo oni trovas en verkoj de St. Bielak [..], kiu pritraktas la plato-disko-problemon kiel aparta solvo de shelo-teorio en kazo kiam oni atingas limostaton de senfine granda kurbigradiuso.La tiamaniere statike priskribita limstata konstrustrukturo li nomas: plata shelo (ebena shelo).

Teorio de plato-sheloj

En verkoj [..] priskribita estis analitike stato de rektliniaj sheloj helpe de parametrigado.

La chefajn etapojn de tiu algoritmo oni povas formuli jene:

(1) Geometria priskribo de shelo (au plato-shelo) en parametra prezentado

Ekzempla priskribo de kvarangula platoshelo

(2) Formulado de partaj diferencialaj ekvilibro-ekvacioj

(3) Integrado de ekvilibro-ekvacioj:

a) trovi specialan integralon

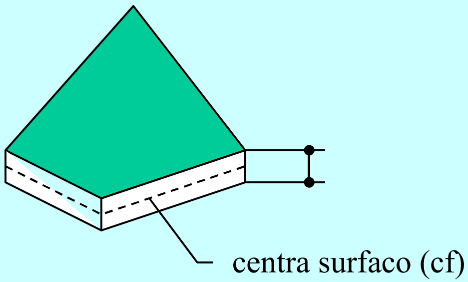
b) trovi gheneralan integralon

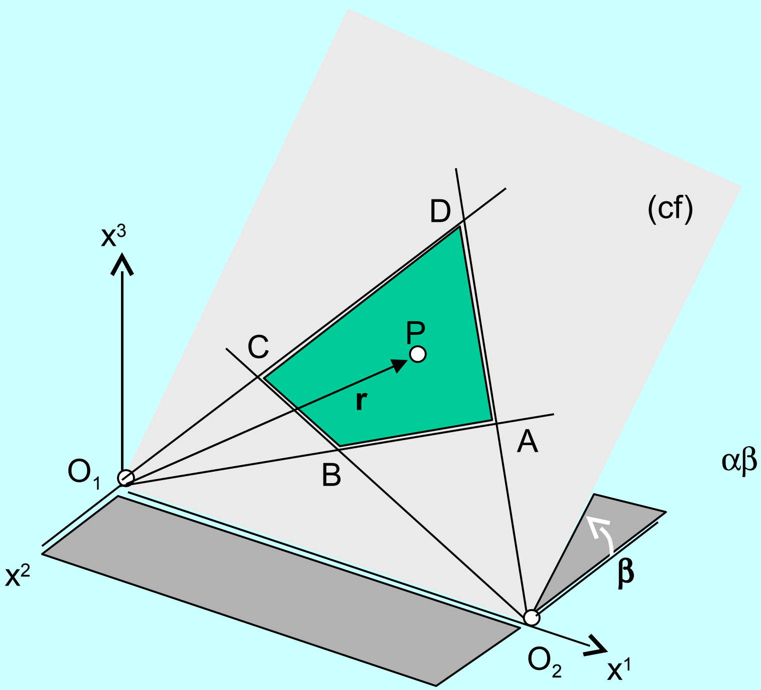
(4) Kalkulo de deformoj

(5) Determini integrad-konstantojnel el rando-kondichoj

(6) Determini formulojn por internaj strechoj kaj fortoj.

Sur suba kuplografo montritaj estas pritraktataj rilatoj - povas bone servi kiel modelo/instruhelpilo dum instruado/prezentado de tiu teorio





Kvarangula platoshelo

Geometria priskribo

Oni pritraktu lauvolan kvarangulan platoshelon (PS-elemento)je dikeco h.

Geometria priskribo okazas helpe de parametigita prezentado de ghia meza surfaco. El matematika vidpunkto ekzistas senfinaj eblecoj de ghia parametrigado. La preferata parametrigado dependas de klaso de PS-formo.

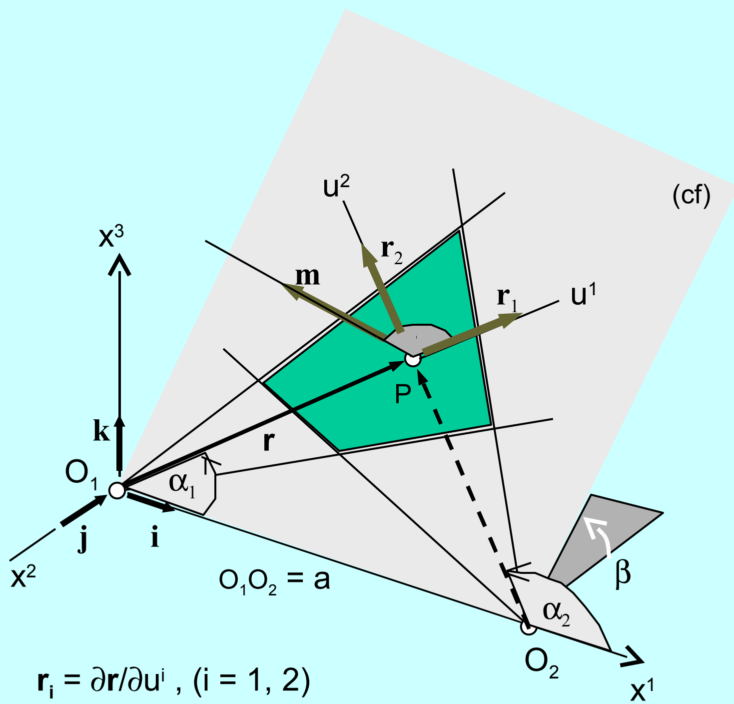
Shajnas, ke por 3- , 4-angulaj formoj plej bone taugas dupolara parametrigado.

Por iomete simpligi la priskribon oni akceptas, ke centra surfaco (cf) trairas akson x^1 de globala kartezia dekstra koordinatsistemo x^α, $(\alpha = 1, 2, 3)$.
Surfaco (cf) formas kun koordinatebeno (x^1, x^2) angulon β .

Ekvacio de cf-ebeno kaj paralelaj al ghi, estos priskribata helpe de du faskoj da linioj, irantaj tra bazopunktoj O_1 kaj O_2.

Chiun punkton P priskribos ghia **lokovektoro**

$$\mathbf{r} = O_1P$$



$\mathbf{r}_i = \partial\mathbf{r}/\partial u^i$, (i = 1, 2)

$\mathbf{m} = \mathbf{r}_1\times\mathbf{r}_2/|\mathbf{r}_1\times\mathbf{r}_2|$

$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} \cos\alpha_i \\ \cos\beta\sin\alpha_i \\ \sin\beta\sin\alpha_i \end{bmatrix} \qquad \mathbf{m} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin\beta \\ \cos\beta \end{bmatrix}$$

Ekvacio de cf-ebeno

Lokovektoro $\mathbf{r} = (O_1P)$ de lauvola punkto $P(u^1,u^2)$

egalas$\mathbf{r} = u^1\mathbf{r}_1$

au $\mathbf{r} = (O_1O_2) + (O_2P) = a\mathbf{i} + u^2\,\mathbf{r}_2$

kie $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ estas la unuecvektoroj de kovarianta bazo.

La unuecvektorojn $\mathbf{r}_i$ oni povas diserigi lau bazo (**i,j,k**)

jene: $\mathbf{r}_1 = \cos\alpha_1\mathbf{i} + \cos\beta\sin\alpha_1\mathbf{j} + \sin\beta\sin\alpha_1\mathbf{k}$

$\mathbf{r}_2 = \cos\alpha_2\mathbf{i} + \cos\beta\sin\alpha_2\mathbf{j} + \sin\beta\sin\alpha_2\mathbf{k}$

La normalvektoro

$$\mathbf{m} = -\sin\beta\,\mathbf{j} + \cos\beta\,\mathbf{k}$$

(vertikale al cf-ebeno) difinas situon de ebeno, t.e. ghian deklivec-angulon β.rilate al koordinatebeno (x^1,x^2).

Metrik-tensoroj de nedeformita ebeno

$$g_{ij} = \mathbf{r}_i\mathbf{r}_j$$

Post multipliko de skalrproduto oni ricevas:

$$g_{ij} = \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

Komponantoj de tiu metrik-tensoro estas:

$g_{11} = g_{22} = 1$, $g_{12} = g_{21} = \cos\varphi$, $\varphi = (\alpha_2 - \alpha_1)$

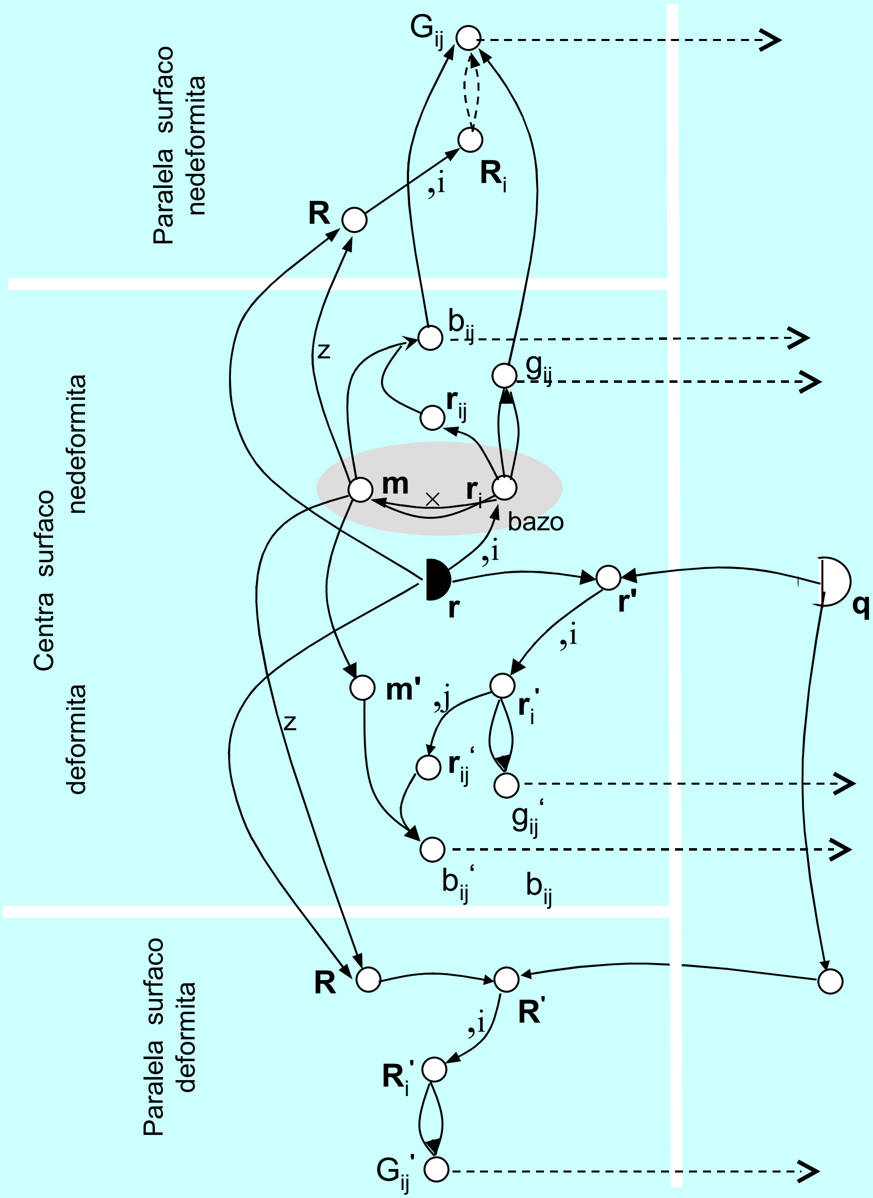
Determinanto de metrik-tensoro estas $g = \sin^2\varphi$, $(g>0)$

Tiu metrik-tensoro en kontravarianta bazo:

$g^{11} = g^{22} = 1/\sin^2\varphi$, $g^{12} = g^{21} = -\cos\varphi/\sin^2\varphi$.

La kurbigh-tensoro $b_{ij} = 0$

Vidu subskupografon de tiuj filatoj.



i, j = 1, 2

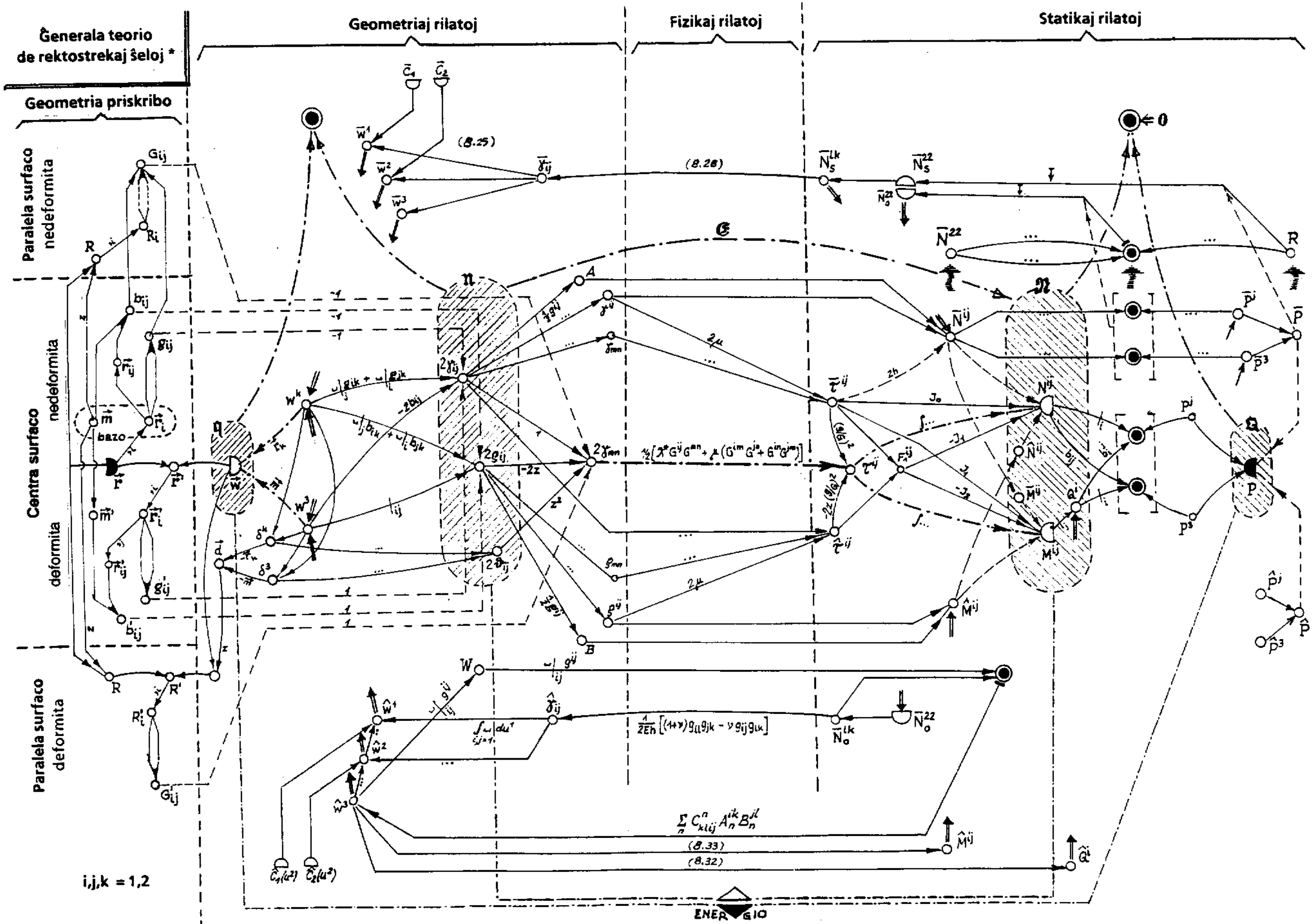
Por plena geometria priskribo de konstrukcio necese estas priskribi ghian centran kaj paralelan surfacojn en nedeformita kaj deformita stato.

Necesajn geometriajn rilatojn liveras ghenerale la diferenciar-geometrio.

Post priskribo de surfaco oni povas difini la geometriajn, fizikajn kaj statikajn kondichojn.

Je fino - restas chiam la problemo de solvo-eblecoj de ricevita aro da diferenciar-ekvacioj.

Kuplografo de ghenerala teorio de rektostrekaj sheloj lau *St. Bielak (1976)*



*) St. Bielak: Powłoki prostokreślne (Rektostrekaj ŝeloj), ZNWSI Opole 1976

Bildo 4